

## Об использовании геометрии и механических особенностей в алгоритме расчета упора гребных винтов корабельных двигателей

DOI

Д-р техн. наук, профессор  
**Н.Д. Гайденок** –  
 Сибирский федеральный  
 университет, г. Красноярск

@ ndgay@mail.ru

### Ключевые слова:

перевозка, упор, движитель, гребной винт, лопастные насосы, треугольники скоростей, уравнение Эйлера, оптимизационная задача, ограничения

### Keywords:

transportation, stop, propulsive device, propeller, vane pumps, velocity triangles, Euler equation, optimization problem, constraints

### ON THE USE OF GEOMETRY AND MECHANICAL FEATURES IN THE ALGORITHM FOR CALCULATING THE THRUST OF PROPELLERS OF SHIP PROPELLERS

Doctor of Technical Sciences, Professor **N.D. Gaidenok** – Siberian Federal University, Krasnoyarsk

The paper considers the features of the dependence of the thrust force of the ship's propulsion system on the speed of movement. A formal expression of the studied dependence is constructed.

### ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

При разработке оптимальной стратегии организации процессов «Траление – Транспортировка» встает проблема определения оптимальных объемов и скорости перевозки. В работе [1], в качестве отправного базиса, используется экономико-математическая модель (1) рассматриваемого комплекса процессов, предназначенная для трансокеанских перевозок, заимствованная из публикации [4]

$$S = C_1 W^{1/5} V^{-1} + C_2 W^{-1} V^{-1} + C_3 W^{-1/3} V^2 \quad (1)$$

где  $S$ ,  $W$ ,  $V$ , – общая сумма затрат, объем кошелька, скорость траления;  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  – величины затрат в  $S$ , отвечающие затратам на аренду тральщика, оплату труда экипажа и приобретение ГСМ.

Однако, применительно к процессам буксировки, она оказывается недостаточно адекватной, ввиду того, что здесь необходимо произвести ряд преобразований, главными из которых являются коррекция третьего члена в правой части (1), посредством привлечения сведений о зависимости упора буксира от скорости буксировки.

Кроме того, в отличие от трансокеанских танкеров и сухогрузов, где судоарендодатели и экипаж в общем случае являются разными юридическими лицами, в случае буксиров экипаж из 1-3 человек и владелец буксира представлены одним юридическим лицом. В силу последнего первые два члена в правой части (1) объединяются в один с соответствующим

изменением структуры, которое будет показано ниже совместно с модификацией третьего члена. Детализация данной модификации является задачей данной работы.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В качестве экспериментальной базы используются прогон моделей в бассейне. К числу методов относятся результаты исследований по судовым двигателям, гидромеханике, теории минимизации – нелинейное программирование.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Кроме того, в соответствии с реальным положением дел в области каботажных перевозок, по сути дела необходима практически кардинальная перестройка структуры полных затрат в выражении (1), что и является первым этапом исследований, которое естественным образом начнем с детализации базовой модели.

Действительно, согласно [4], коэффициенты  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  в модели трансокеанских перевозок представимы следующим образом:

1. Пусть  $C_1$  – стоимость аренды судна в единицу времени, например, час или, что лучше, сутки, которая выражается нелинейной зависимостью и пропорциональна  $W^{6/5}$ ; отношение  $Q/W$  показывает число рейсов от пункта загрузки до пункта выгрузки;  $L/V$  – продолжительность одного рейса в сутках. Тогда общие затраты на аренду самого судна без экипажа составят:

$$Z_a = [C_1 W^{6/5}] \cdot [Q/W] \cdot [L/V] \quad (2)$$

2. Оплата труда экипажа  $Z_e$ , с учетом выше сделанных обозначений, будет:

$$Z_e = [C_2] \cdot [Q/W] \cdot [L/V/24], \quad (3)$$

где  $C_2$  – оплата в сутки;

3. Затраты на ГСМ  $Z_o$  фактически представляют собой вычисление суммарной работы по перемещению  $Q$  на определенное расстояние, при силе сопротивления  $F_{res}$  и равны:

$$Z_o = [C_3] \cdot [Q/W] \cdot [L] F_{res} = \\ = \frac{1}{2} [C_3] \cdot [Q/W] \cdot [L] [C_x] [W^{1/3}] \cdot [\rho V^2], \quad (4)$$

$$F_{res}(V) = \frac{1}{2} C_x W^{1/3} \cdot V^2$$

где  $C_3$  – стоимость единицы ГСМ;  $C_x$  – коэффициент сопротивления воды движению судна;  $W^{1/3}$  – приближение главного размера судна – длины, как правило;  $\rho$  – плотность воды.

Теперь суммарные затраты  $S$  составят:

$$S = Z_a + Z_e + Z_o = \\ = [Q/W] \cdot [L/V] \cdot [C_1 W^{6/5} + C_2 + \frac{1}{2} C_3 C_x W^{1/3} V^3] \quad (5)$$

Рассмотрим физический смысл завершающей формы (5). Она распадается на два элемента (6.3) – общее время  $T_{tot}$  и общий путь  $S_{tot}$  (6.5), характеризующие классический общий «тонна х километр»  $TS_{tot}$ . Причем второй является ничем иным, как

В работе рассмотрены особенности зависимости силы тяги корабельного двигателя от скорости движения. Построено формальное выражение исследуемой зависимости.

общей работой, равной классическому произведению силы, в данном случае – сила сопротивления воды движению буксира и воза – на путь:

$$S = Z_a + Z_e + Z_o = Z_{ae} + Z_o = \\ = T_{tot} [C_1 W^{6/5} + C_2] + S_{tot} F_{res} C_3, \quad (6)$$

где

$$Z_{ae} = T_{tot} [C_1 W^{6/5} + C_2],$$

$$Z_o = C_3 S_{tot} F_{res}(V)$$

$$S_{tot} = [QL/W], T_{tot} = S_{tot}/[V],$$

Феноменологическим смыслом отношения  $Q/W$  является число раз перевозок  $N_p$  на расстояние  $L$ . Тогда (6.3) можно представить еще таким образом (6.4):

$$S_{tot} = [N_p L], T_{tot} = N_p [L/V] \quad (6.4)$$

Перейдем к трансформации выражений (6.4) для случая поднаема буксиров. Согласно данным, в свободном доступе инета здесь существуют конкретные цены, лежащие в диапазоне от 10000 до 20000 руб/сут, при соответствующих параметрах тяги и сопротивления, в общем случае линейно –  $W^1$  или квазилинейно –  $W^{6/5}$ , зависящих от  $W$ .

Величины тяги буксира лежат в интервале от 15 Кн до 35 Кн; его сопротивление при  $C_x = 0,074$  и минимальном поперечном сечении миделя в  $2,61 \text{ м}^2$  лежат в классическом интервале от 100 до 200 или  $[100 \div 250]V^2$ .

Общая зависимость площади поперечного сечения миделя буксира  $S_m$  от  $W$  следующая (7):

$$S_m = S_m^0 (a_s + b_s W), S_m^0 = 2.61, a_s = 1, \\ b_s = 0.01. \quad (7)$$

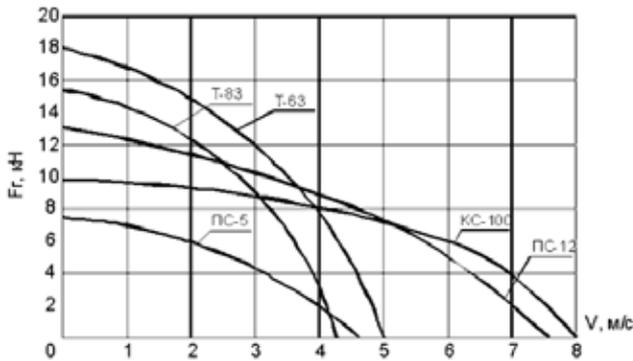
Учитывая тот факт, что вся совокупность буксиров разбивается на дискретное множество конкретных вариантов, отражающее соответственно конкретные сочетания тяги, сопротивления и прочего множества показателей, то в данном исследовании, с позиций статистических критериев значимости, имеет смысл говорить только о положительной корреляции  $Z_{ae}$  от  $W$ . Поэтому, здесь принимается линейная зависимость, которая является достаточным приближением к квазилинейной зависимости –  $W^{6/5}$ .

Поэтому, далее в исследовании, в качестве базовой затратной единицы, принимается 10000 руб/сут, а в качестве минимальных параметров – технические показатели катера «Ярославец» [5]. Конкретный вид зависимости  $Z_{ae}$  от  $W$ , при вариации  $Z_{ae}$  в два раза, в выбранных единицах следующий (8):

$$Z_{ae} = 1 + \max(0, W_s/35 - 1),$$

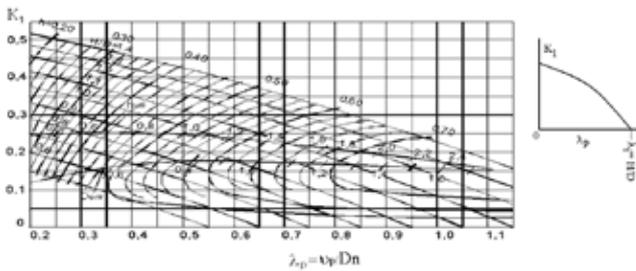
$$W_s = W_{s0}(a_{pr} + b_{pr}W), \tag{8}$$

где  $W_s$  – тоннаж буксира,  $W_s^0$ ,  $a_{pr}$  и  $b_{pr}$  – параметры линейной зависимости  $W_s$  от  $W$ , равные 35, 1, 1.



**Рисунок 1.** Зависимости упора буксира от скорости его движения  $P(V)$  (Интернет свободный доступ)

**Figure 1.** The dependence of the tug stop on the speed of its movement  $P(V)$  (free Internet access)



**Рисунок 2.** Зависимость множителя  $K_1$  от относительной поступи  $\lambda_p$  и шагового отношения  $H/D$  [2]

**Figure 2.** Dependence of the multiplier  $K_1$  on the relative step  $\lambda_p$  and the step ratio  $H/D$  [2]

Детализировав зависимость  $Z_{ae}$  от  $W$  и  $V$ , перейдем к формализации зависимости  $Z_o$  от  $W$  и  $V$ , где  $W$  определяет параметры силы сопротивления вола при  $V = 1$  м/с.

В уравнении движения состава – «буксир + воз» – (9) присутствует член  $P(V)$ , представляющий собой зависимость силы тяги – упора – корабельного движителя  $P$  буксира от скорости движения  $V$ :

$$dV/dt = P(V) - G_{res}(V), \tag{9}$$

$$G_{res}(V) = CV^2,$$

$$C = \frac{1}{2}[C_x^b S_m^b + C_x^k S_m^k]$$

где  $C_x^b$ ,  $C_x^k$  и  $S_m^b$ ,  $S_m^k$  – коэффициенты силы сопротивления воды движению и площади миделя буксира и кошеля, соответственно.

Для ряда буксиров, по крайней мере что показаны на рисунке 1, имеется документация, содержащая графические сведения по особенностям зависимости  $P(V)$ , построенные на основе комбинации экспериментальных и теоретических исследований, показывающих, что  $P(V)$  в общем случае находится в довольно типичной нелинейной обратной зависимости от скорости движения буксира.

Для других типов буксиров предлагается общее выражение для  $P(v)$  в виде (10):

$$P = K_1 \rho D^4 n^2, \tag{10}$$

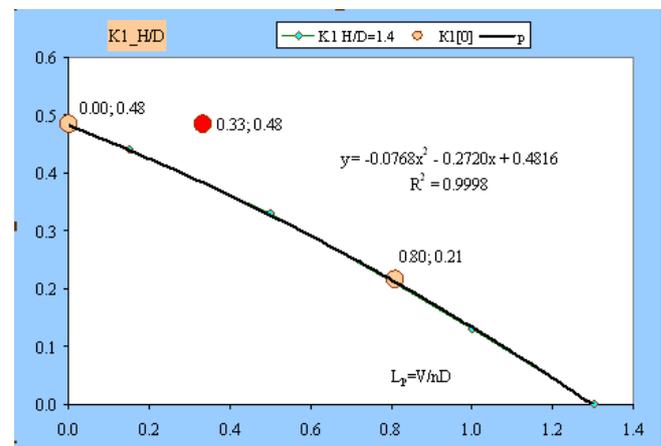
где множитель  $K_1$ , как сказано выше, есть некоторая убывающая, квазилинейная функция, например (11) или подобная ей, от скорости вращения винта  $n$ , скорости движения судна и диаметра винта  $D$  (рис. 2)

$$K_1 = f(V, nD) = A[1 - [V/D/n]]^\alpha, A, \alpha \in (0, 1) \tag{11}$$

Однако для эталона российских буксиров – катера «Ярославец», согласно [5], такой детальной зависимости не приводится и имеются всего лишь две точки, причем при описании одной из них в виде «Тяга на гаке (тс) при скорости буксировки 8 км/час 1.45» допущена опечатка – там, где должно быть 0 км/час напечатано 8 км/час.

Данное несоответствие легко проверяется путем построения необходимых данных в классическую номограмму [2], что иллюстрируется на рисунке 3, где классическая зависимость представлена черной линией, верные точки – светло-коричневый цвет – лежат на линии, соответствующей шаговому отношению катера «Ярославец», а опечатка – 8 км/час показана красной точкой, значительно отстоящей от классической кривой.

В соответствии с тем, что теория судовых движителей в практически завершённом виде была разработана на переходе XIX-XX веков [3], т.е. еще



**Рисунок 3.** Соответствие показателей катера «Ярославец» из [5] классической зависимости [2]

**Figure 3.** Compliance of the indicators of the boat "Yaroslavets" from [5] classical dependence [2]

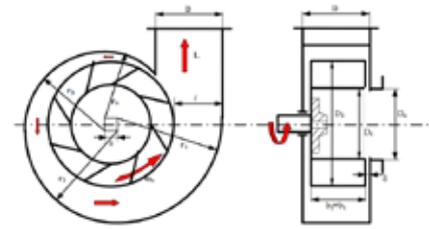
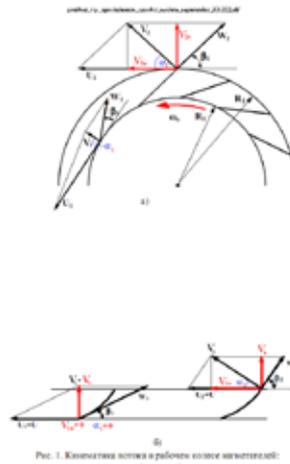
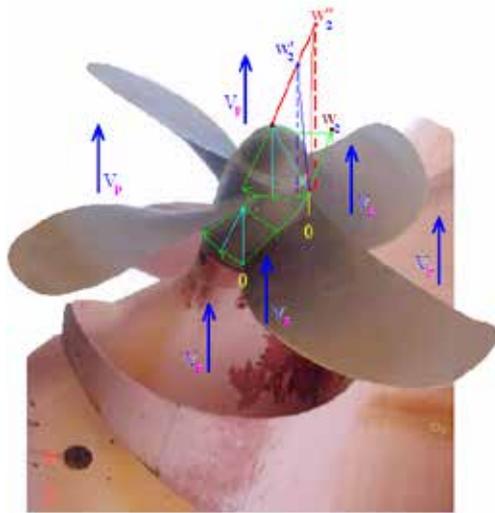


Рис. 2. Аэродинамическая схема радиального насоса

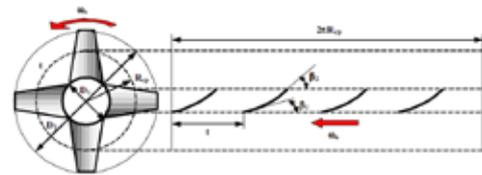
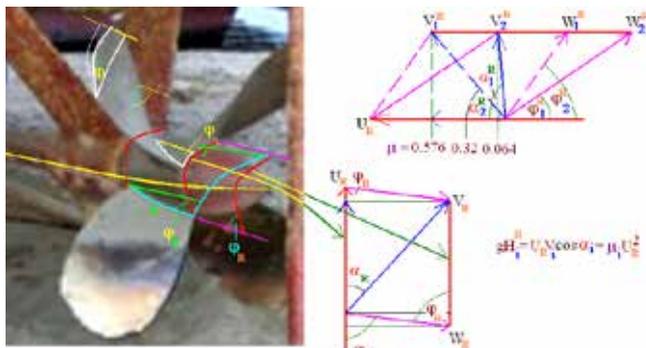


Рис. 3. Аэродинамическая схема осевого насоса

**Рисунок 4.** Гребной винт (интернет свободный доступ) и схемы лопастных насосов – центробежных и осевых [11]

**Figure 4.** Propeller (internet free access) and schemes of vane pumps – centrifugal and axial [11]



**Рисунок 5.** Треугольники скоростей на рабочем гребном винте катера «Ярославец». Угол  $\varphi$  определяется по [6]

**Figure 5.** Speed triangles on the working propeller boats "Yaroslavets". The angle  $\varphi$  is determined by [6]

за несколько десятилетий до появления первого электронного компьютера, проекты и появление которого относятся к периоду 1936-1941 гг. [10], известно его практическое применение – расчет траекторий FAU-1 при обороне Лондона. Поэтому результаты теории судовых движителей были реализованы для нужд практики в виде номограмм (рис. 2) или таблиц, которые являются далеко не оптимальным ресурсом для компьютерных алгоритмов, ибо требуют для хранения знаний совокупности матриц, не только занимающих далеко не нулевой объем памяти, но и требующих множества логических операций. Возникает необходимость устранения указанных ограничений для повышения эффективности расчетов.

Поэтому, рассматриваемая номограмма для применения в компьютерных расчетах требует представления в виде формальной зависимости от относительной поступи  $\lambda_p$  и шагового отношения  $H/D$ . Здесь можно пойти двумя путями:

1. Восстановить регрессионные зависимости для ряда шаговых отношений  $H/D$  от  $\lambda_p$  в виде полиномов второго порядка, которые, как показывает рисунок 3, имеют детерминацию практически равную 1;

2. Найти общее аналитическое выражение для искомой зависимости.

Поскольку первый путь является чисто технической акцией, не позволяющей устранять спорные вопросы, подобные рассмотренной выше опечатке, то рассмотрим второй. Но, прежде чем переходить к аналитическим действиям, сделаем ряд замечаний по механике гребного винта (рис. 4).

Гребной винт является ничем иным, как осевым насосом, который в быту широко представлен в виде популярных офисных вентиляторов. Для них разработана классическая теория [9], восходящая к Леонарду Эйлеру, и представлено его уравнение (12), которое для треугольников скоростей, построенных для конкретного сечения лопасти (правая часть рис. 4), имеет следующий вид:

$$P/\rho = gH = U_2 V_2 \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cos \alpha_1, \quad (12)$$

где  $P$ ,  $\rho$ ,  $g$  и  $H$  – давление, плотность воды или газа, ускорение свободного падения и напор в сечении лопасти.

Обычно для насосов, как и для гребных винтов катеров, стоящих на швартовах [8],  $V_1 = 0$  и тогда (12) предстает в следующем виде (12'), который оказывается весьма полезным для гидромеханического анализа:

$$P/\rho = gH = U_2 V_2 \cos \alpha_2 \quad (12')$$

здесь выражение  $V_2 \cos \alpha_2$  представляет собой легко оцениваемую визуально долю от  $U_2$  и  $\cos \alpha_2$ , играет роль нормирующего множителя. Применительно к гребному винту катера «Ярославец» треугольники скоростей выглядят следующим об-

разом (рис. 5): величина  $gH$  представима в виде (13), весьма подобном выражению (10) для классической формулы  $P(v)$

$$P/\rho = gH = \mu U_2^2 = \mu(\pi Dn)^2, \mu \in [0.1, 0.9] \quad (13)$$

Здесь необходимо сделать следующее пояснение – поскольку окружная скорость  $U$  находится в прямой зависимости от расстояния от оси винта, то для вычисления общей оценки величины упора необходимо использовать в (13) среднее значение радиуса или эквивалентное:

$$D_e = D[0.2 + [1 - 0.2]/2] = 0.6D. \quad (14)$$

Детальная оценка величины упора требует интегрирования вдоль лопасти и знания распределения  $\mu$  по радиусу, определение которого для катера «Ярославец», в процессе вычислительного эксперимента, дало следующие результаты: сокращение диапазона  $\mu \in [0.064, 0.576]$  при уменьшении среднего значения до 0.32.

Дальнейшее получение выражения для упора при нулевой скорости сводится к умножению (13) на площадь лопастей  $SL$ , выражение которой имеет вид (14')

$$SL = \frac{1}{4} D_{rel} D^2 \quad (14')$$

и обеспечивает увеличение  $D^2$  в (13) до классического  $D^4$ .

Получив оценку величины упора при нулевой скорости движения судна, как аналога осевого насоса в виде комбинации выражений (13), (14) и (14'), перейдем к выводу аналитического выражения для  $P(v)$ .

В работе [6] для определения упора приводится выражение (15) без вычисления определенного интеграла в правой части от радиуса ступицы  $R_s$  до радиуса конца лопасти  $R_v$  (рис. 6).

$$P(V) = \frac{1}{2} \rho \int_{R_s}^{R_v} z C_y b V_i^2 \cos \beta_i (1 - \varepsilon \operatorname{tg} \beta_i) dR \quad (15)$$

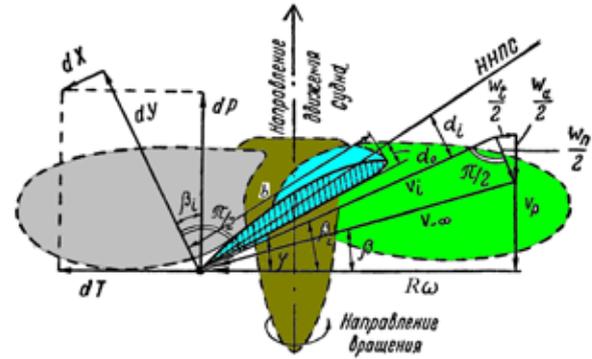
$$V_i^2 = (V^2 + [2\pi Rn]^2),$$

$$\operatorname{tg} \beta_i = V/[2\pi Rn], \cos \beta_i = 1/(1 + [\operatorname{tg} \beta_i]^2)^{0.5}$$

$$\varepsilon = C_x/C_y$$

где  $z$   $C_x$   $C_y$   $\varepsilon$   $b$   $V_i$   $\beta_i$   $R$   $R_v$   $R_s$  – число лопастей, коэффициенты лобового сопротивления или сопротивления главного размера и подъемной силы, отношение этих коэффициентов – обратное качество профиля лопасти, ширина лопасти, общая скорость перемещения (рис. 5-6), угол между главными элементами вектора скоростей – окружной и поступательной скоростями, радиусы – текущий, винта и ступицы (рис. 7).

Сделаем, для получения оценки  $P(V)$  для катеров, стоящих на швартовах, следующее преобразование (15): положим поступательную скорость равной 0 и ширину лопасти – постоянной величиной  $b$ . Тогда получим (16.1):



**Рисунок 6.** Скорости и силы возникающие на элементе лопасти гребного винта при радиусе  $R$

**Figure 6.** Velocities and forces arising on the propeller blade element at a radius  $R$

$$P(0) = \frac{1}{2} \rho z C_y b \int_{R_s}^{R_v} (0^2 + (2\pi Rn)^2) \cos \theta (1 - \varepsilon \operatorname{tg} \theta) dR =$$

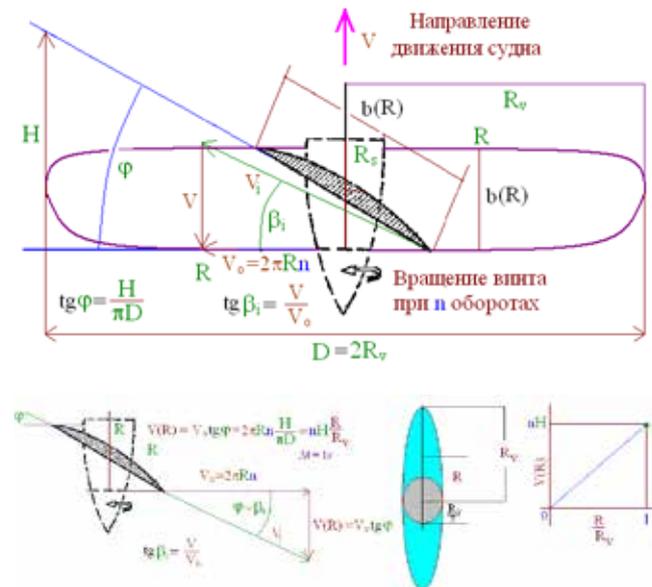
$$= 1/6 \rho z C_y b (2\pi n)^2 (R_v^3 - R_s^3) \quad (16.1)$$

Положив, согласно источникам [5; 6],

$$R_v = D/2, R_s = R_v/5 = D/10, D_{rel} = 1/2, z = 4, \rho = 1000, n = 8.133,$$

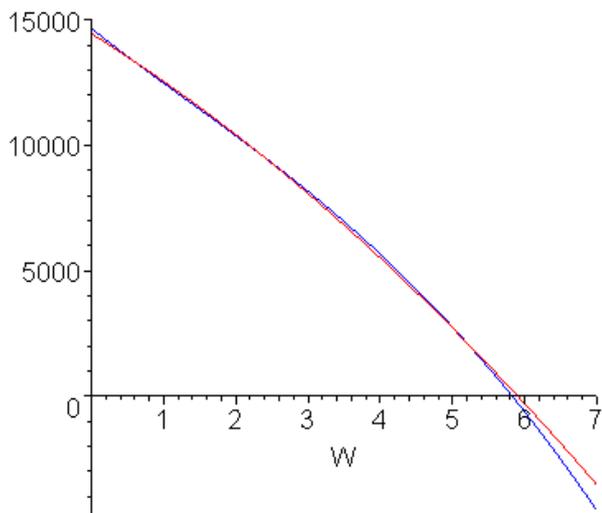
$$S_{lop} = 1/4 \pi D^2 D_{rel} z b = S_{lop}/L_{lp}, L_{lp} = R_v - R_s = 4D/10,$$

$$b = S_{lop}/L_{lp}/z = 1/4 \pi D^2 D_{rel}/L_{lp}/z \approx \pi D/4z, z b = \pi D/4 \quad (16.2)$$



**Рисунок 7.** Элементы вектора скоростей гребного винта

**Figure 7.** Elements of the propeller velocity vector



**Рисунок 9.** Соответствие кривой классической номограммы при  $H/D = 1.463$  (рис. 2) и графического образа выражения (18)

**Figure 9.** Correspondence of the curve of the classical nomogram at  $H/D = 1.463$  (Fig. 2) and the graphical image of the expression (18)

получим следующую оценку  $P(0)$  из (16.3):

$$P(0) = 1/6\pi D/4\rho C_y (2\pi n)^2 (R_v^3 - R_s^3) = 19165 C_y \quad (16.3)$$

Отсюда, на основе сведений о величине упора для катера «Ярославец» [5], имеем оценку  $C_y$ :

$$P(0) = 19165 C_y = 14500 \rightarrow C_y = 0.757$$

Для получения аналитического выражения для  $C_y$ , обратимся к монографии [7], где рассматривается аэродинамика элементов летательных аппаратов, а лопасть гребного винта является реальным аналогом крыла. Согласно материалам [7], при небольших величинах  $\alpha(V)$  и  $V < 1$  (рис. 8) можно записать:

$$C_y(V) = C_y^0 + k\alpha(V) = C_y^0 + k[180/\pi]V/2\pi Rn = 0.757 + k[180/\pi]V/2\pi Rn \quad (17)$$

где  $C_y^0 > 0$  – величина  $C_y$  при  $\alpha(V) = 0$  и угол атаки  $\alpha(V)$  является разностью углов  $\varphi$  и  $\beta$  (рис. 6)

$$\alpha(V) = \varphi - \beta(V) = \arctg(H/\pi D) - \beta(V).$$

На рисунке 8 соотношение  $C_y$  и  $C_x$  показано довольно схематично в общем порядковом плане – для гладких профилей качество профиля  $K = C_y/C_x \in [10; 100; 7]$ , находится в ином интервале, чем на рисунке 8.

Получив оценку максимального значения  $P(0)$  при нулевой скорости  $V$ , перейдем к восстановлению зависимости  $P(V)$  в виде аналитического выражения. Если сохранить только главные элементы вектора скоростей, наблюдаемых при ра-

боте гребного винта (рис. 6), то получим схему на рисунке 7.

На основании данной схемы, при постоянной ширине лопасти  $b$ , выражение (16.2) легко определяются выражения для  $V_i$ ,  $\cos\beta_i$  и  $\tg\beta_i$  – выражения (15.2) – (15.4).

Тогда определенный интеграл в правой части (15) имеет (18) и его графический образ (рис. 9) совпадает с классической номограммой (рис. 9).

$$P(n, r, V) = \frac{\rho C_y b}{2} \left[ \frac{r^2 + 4z^2 + 2z^2}{4} - \frac{E r \sqrt{r^2 + 4z^2 + 2z^2}}{4} - \frac{E r^2 \ln(1 + \sqrt{r^2 + 4z^2 + 2z^2})}{8z} \right]_{z=R_s}^{z=R_v} \quad (18)$$

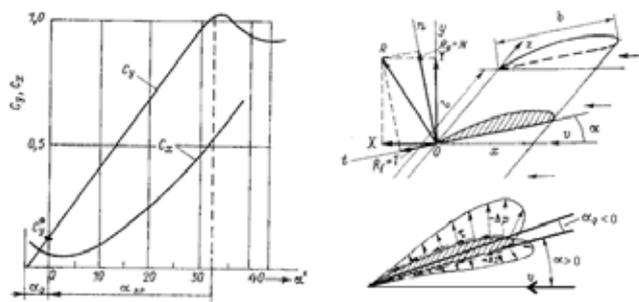
Получив аналитическое выражение для  $P(V)$  из уравнения (9), вернемся к анализу составляющей затрат  $Z_0$  из выражения (6.3), которое, с учетом обозначений в (9), принимает вид (6.3’):

$$Z_0 = C_3 S_{tot} G_{res} \quad (6.3')$$

Однако на стационарном ходу скорость судна, согласно общему уравнению движения (9), будет равна (19):

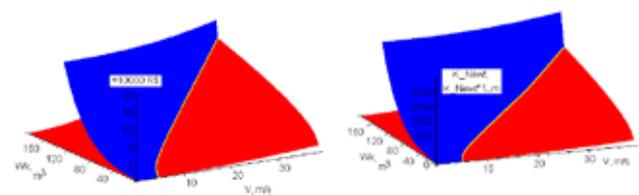
$$dV/dt = P(V) - G_{res}(V) = 0 \quad (19)$$

Выражение (19) существенным образом меняет тип оптимизационной задачи (6) переводя ее в класс задач условной оптимизации и являясь



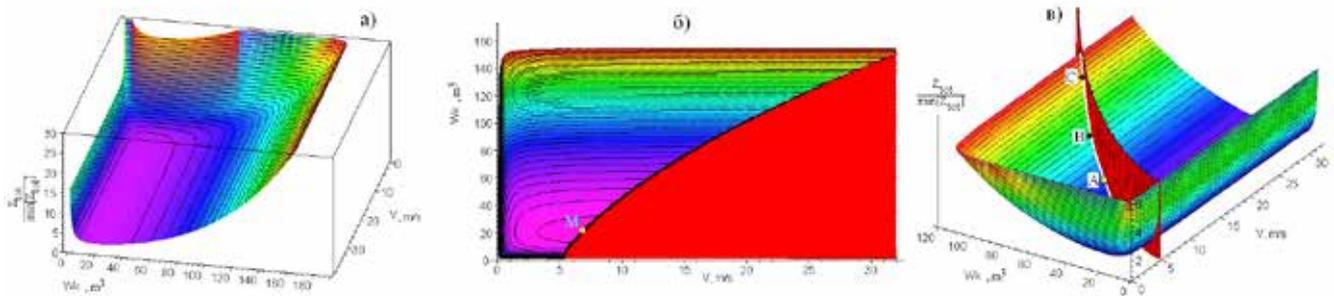
**Рисунок 8.** Коэффициенты подъемной силы  $P$  и профильного сопротивления –  $C_y(\alpha)$  и  $C_x(\alpha)$ ;  $\alpha$  – угол атаки

**Figure 8.** Coefficients of lifting force  $P$  and profile resistance –  $C_y(\alpha)$  and  $C_x(\alpha)$ ;  $\alpha$  – angle of attack



**Рисунок 10.** Графическая иллюстрация (20). Обозначения  $P(V)$  – синяя поверхность;  $G_{res}(V)$  – красная поверхность

**Figure 10.** Graphic illustration (20). Notation  $P(V)$  – blue surface;  $G_{res}(V)$  – red surface



**Рисунок 11.** Графический образ и решение оптимизационной задачи (21)

**Figure 11.** Graphic image and solution of the optimization problem (21)

ограничением, явный вид и графический образ (рис. 10) которого, при использовании вместо выражения (18) комбинации выражений (10) и (11), следующий (20):

$$AK_1 \rho D^4 n^2 [1 - V/[Dn]]^\alpha \geq \frac{1}{2} \rho [C_x^b S_m^b + C_x^k S_m^k] V^2 \quad (20)$$

В результате проведенного анализа, исходная оптимизационная задача (6) переходит в следующую (21), где целевую функцию представляет сумма затрат  $Z_{ae}$  – выражение (8) и затрат на ГСМ  $Z_o$  – выражение (9.2), а ограничения представляет выражение (20) и требование положительности переменных  $W_s$  и  $V$ :

$$S = Z_{ae} + Z_o = 1 + \max(0, W_s/35 - 1) + C_3 S_{tot} \frac{1}{2} \rho [C_x^b S_m^b + C_x^k S_m^k] V^2, \quad (21)$$

$$W_s = W_s^0 (a_{pr} + b_{pr} W),$$

$$AK_1 \rho D^4 n^2 [1 - V/[Dn]]^\alpha \geq \frac{1}{2} \rho [C_x^b S_m^b + C_x^k S_m^k] V^2, \\ W_s > 0, V > 0,$$

Графический вид элементов системы (21) показан на рисунке 11. Здесь, на рис. 11а показан образ суммарных затрат в переменных  $W_s$  и  $V$ ; на рис. 11б и рис. 11в, чисто в иллюстративных целях, показано графическое решение оптимизационной задачи (21), которое представляет линию пересечения поверхности (21.1) с проекцией пересечения поверхностей  $P(V)$  и  $G_{res}(V)$  с рисунком 10. Оптимальное решение достигается в т.М на рисунке 11б.

### ВЫВОДЫ

Изучение реального положения дел в области перевозок привело не только к детализации задачи (1), но и потребовало изменение ее класса – перевод из задач безусловной оптимизации в задачи условной оптимизации.

Кроме того, проведение анализа для получения аналитического выражения зависимости упора от скорости движения буксира позволяет компьютерным образом автоматизировать процесс оптимального планирования перевозок.

Графический образ общих затрат (рис. 11а) показывает, что затраты падают с увеличением скорости и возрастают с увеличением куботажа воза  $W_s$ .

Существенным препятствием для безграничного увеличения скорости является падение упора буксира с ее ростом. Комбинация этих механизмов и определяет оптимальное решение задачи (рис. 11б).

### ЛИТЕРАТУРА И ИСТОЧНИКИ

1. Гайденок Н.Д. Определение коэффициента сопротивления тралов гидравлично-математическим методом // Рыбное хозяйство. – 2021. – № 2. – С 70-76. DOI 10.37663/0131-6184-2021-2-90-98
2. Дорогостайский Д.В. Теория и устройство судна / Д.В. Дорогостайский, М.М. Жученко, Н.Я. Мальцев – Л.: Судостроение, 1976. – 416 с.
1. Gaidenok N.D. Determination of the drag coefficient of trawls by the hydraulic-mathematical method // Fisheries. - 2021. - No. 2. - from 70-76. DOI 10.37663/0131-6184-2021-2-90-98
2. Dorogostaysky D.V. Theory and device of the vessel / D.V. Dorogostaysky, M.M. Zhuchenko, N.Ya. Maltsev-L.: Shipbuilding, 1976 - 416 p.
3. Zhukovsky N.E. Hydrodynamics. Collected works-Moscow-Leningrad, 1949. - vol. 2 - 764 p.
4. Зенер К. Геометрическое программирование и технологии проектирования // Пер. с англ. – М: Мир, 1973. – 112 с.
4. Zener K. Geometric programming and design technologies / / Trans. from English-M: Mir, 1973. - 112 p.
5. Катер «Ярославец» <http://russrivership.ru/public/files/doc1130.pdf>
5. Boat "Yaroslavets" <http://russrivership.ru/public/files/doc1130.pdf>
6. Лаврентьев В.М. Судовые движители. – Ленинград–Москва: Морской транспорт, 1949. – 276 с.
6. Lavrentiev V.M. Ship movers. - Leningrad-Moscow: Sea Transport, 1949. - 276 p.
7. Петров К.П. Аэродинамика элементов летательных аппаратов – М.: Машиностроение, 1985. – 272 с
7. Petrov K.P. Aerodynamics of aircraft elements-Moscow: Mashinostroenie, 1985. - 272 p.
8. Поляков В.В., Скворцов Л.С. Насосы и вентиляторы. / В.В. Поляков, Л.С. Скворцов – М.: Стройиздат, 1990 – 338 с.
8. Polyakov V.V. Pumps and fans. / V.V. Polyakov, L.S. Skvortsov – М.: Stroyizdat, 1990. - 338 p.
9. Рабинович Е.З. Гидравлика – М.: ГИФМЛ, 1963. – 408 с.
9. Rabinovich E.Z. Hydraulics-M.: GIFML, 1963. - 408 p.
10. Фолта Я., Новы Л. История естествознания в датах. Пер. со слов. / Я. Фолта, Л. Новы. – М.: Прогресс, 1987. – 496 с.
10. Folta Ya., Novy L. The history of natural science in dates. Per. from the words. / Ya. Folta, L. Novy. - M.: Progress, 1987 - 496 p.
11. Pyatibrat\_v\_p.\_uproshchennye\_sposoby\_rascheta\_nagnetateley\_2013.pdf
11. Pyatibrat\_v.p.\_uproshchennye\_sposoby\_rascheta\_nagnetateley\_2013.pdf