Оценка времени обслуживания судна терминалом в системе транспортного узла

DOI

С.Д. Березенко – кафедра Судовождения, директор – Институт «Морская академия»; канд. техн. наук, доцент
К.В. Пеньковская – кафедра Судовождения; д-р техн. наук, профессор
В.И. Меньшиков – кафедра Судовождения – Мурманский государственный технический университет (ФГАОУ ВО «МГТУ»)

@ BerezenkoSD@mstu.edu.ru; kseniamgtu@rambler.ru; menishikovvi@mstu.edu.ru

Ключевые слова:
терминалы грузового узла, система «судно – причал», грузовые операции, эмпирические данные, оценка времени обработки судна

Keywords:
terminals of the cargo hub, the system "ship – berth", cargo operations, empirical data, estimation of the processing time of the vessel

ESTIMATION OF THE TIME OF SHIP MAINTENANCE BY THE TERMINAL IN THE TRANSPORT HUB SYSTEM

S.D. Berezenko – Director of the Institute "Marine Academy"
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor **K.V. Penkovskaya** – Department of Navigation
Doctor of Technical Sciences, Professor **V.I. Menshikov** – Department of Navigation,
Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Murmansk State Technical University" (FSAOU VO MSTU)

It is proposed to evaluate various options for the mooring of a vessel at the berth of a cargo terminal by integer time intervals, which, when using Erlang's formulas, generalized to the case of the Markov process, can be used to solve the problems of planning loading and unloading operations on the company's ships, and should be presented in the form of a vector, the size of which is determined by the number of possible states of the "ship – berth" system.
A method for assessing the time of servicing a loading and unloading operation by the terminal has been compiled, when observing a number of particulars corresponding to the usual histogram, and each value of the time interval corresponds to a certain bit of the histogram, a variant of evaluating the mathematical expectation of the time the terminal serves one loading and unloading operation.
It was found that using the least squares method, it is possible to identify the value of the variance of the time of the loading and unloading operation, which, in turn, can be used as a point estimate when compiling the confidence interval for the mathematical expectation of this interval.

ВВЕДЕНИЕ

В качестве параметра системы «судно – причал», при выполнении погрузочно-разгрузочных операций, может использоваться величина ν, которая характеризует время выполнения таких операций. Однако в системе класса «судно – причал» в терминале транспортного узла в качестве ее параметра целесообразно использовать величину, обратную времени занятия судном причала в терминале равную $\nu = 1/\tau$, где τ – время стоянки судна у причала терминала.

Тогда при использовании формул Эрланга, обобщенных на случай Марковского процесса, для решения задач планирования работы судов компании, в грузовом терминале параметр системы должен быть представлен в виде вектора $\nu\ \{\nu_1,\ \nu_2,\ ...,\ \nu_\Omega\}$, размеры которого определяются числом возможных состояний системы «судно – причал». Заметим, что при решении этой задачи, в качестве исходной информации, будут использоваться целочисленные переменные, представляющие собой даты занятия и освобождения судном причала.

Предложено оценивать различные варианты стоянок судна у причала грузового терминала целочисленными временными интервалами, которые, при использовании формул Эрланга, обобщенных на случай Марковского процесса, могут быть использованы для решения задач планирования погрузочно-разгрузочных операций на судах компании и должны быть представлены в виде вектора, размеры которого определяются числом возможных состояний системы «судно – причал».
Составлена методика оценки времени обслуживания терминалом погрузочно-разгрузочной операции при наблюдении ряда частности, отвечающей обычной гистограмме, причем каждое значение временного интервала соответствует определенному разряду гистограммы, варианту оценки математического ожидания времени обслуживания терминалом одной погрузочно-разгрузочной операции.
Установлено, что с помощью метода наименьших квадратов можно идентифицировать значение дисперсии времени выполнения погрузочно-разгрузочной операции, которую, в свою очередь, как точечную оценку можно использовать при составлении доверительного интервала для математического ожидания этого интервала.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется множество $k_i(i = 1, 2, ...,N)$ различных реализаций стоянки судна у причала грузового терминала, причем каждая i-я реализация $k \in K$ может быть определена временным интервалом τ_i^*, равным

$$\tau_i^* = t_i^{к} - t_i^{н}, \tag{1}$$

где $t_i^{к}$, $t_i^{н}$ – даты конца и начала i-й реализации стоянки судна у причала, отвечающих признакам целочисленных переменных.

Следовательно, величина τ_i^* также является целочисленной переменной, способной принимать значения $m\tau$ при $m = 0, 1, 2, ..., n$. Так в частности, если $t_i^{к}=t_i^{н}$ (судно освободило причал терминала в те же сутки, что и было поставлено к нему), то $\tau_i^* = 0$;

если этот причал освобождается, например, на следующие сутки после его занятия, то $\tau_i^* = T$ и т.д.

Пусть далее имеется статистическая совокупность целочисленных значений τ_i^* и необходимо определить закон распределения величины τ_i (уже не целочисленной величины) или другими словами – его числовыми характеристиками: математическим ожиданием и дисперсией. Введем следующие обозначения (*рис. 1*): T – целочисленный отрезок времени (в данном случае T = 1 сут.); A – момент прибытия судна на терминал транспортного узла; B – момент постановки судна к причалу терминала; C – момент освобождения судном причала терминала; Y – интервал времени между началом грузовой операции T_0 и моментом постановки судна к причалу терминала B. Тогда очевидно, что $Y = X + \tau_{ож}$, а Z – интервал времени между началом отрезка времени T, на котором впервые зафиксирована стоянка судна у причала терминала, и моментом B. Отрезки времени, на которых наблюдаются моменты A и C, будем называть нулевым (начальным) T_0 и конечным $T_к$, соответственно.

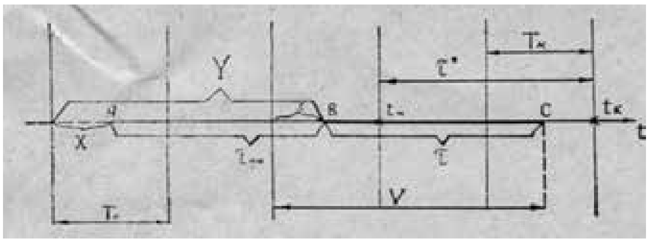

Рисунок 1. Соотношение между величинами X, $\tau_{ож}$, Y, Z и τ для одной грузовой операции судна

Figure 1. The relationship between the values X, $\tau_{ож}$, Y, Z, and τ for a single cargo operation of a ship

На рисунке 1 графически представлено соотношение между величинами X, $\tau_{ож}$, Y, Z и τ для одной реализации стоянки судна у причала терминала. Вертикальные линии отмечают границы между сутками.

Рассмотрим случай, когда момент начала грузовой операции совпадает с моментом B, а момент окончания грузовой операции – с моментом C.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Пусть интервал времени X между началом T_0 и моментом A, с вероятностью сколь угодно близкой к единице (с позиций квартального планирования), распределен по равномерному закону на интервале $(0, T_m)$. Тогда можно принять, что время ожидания начала грузовых операций $\tau_{ож}$ будет распределено по экспоненциальному закону со скачком в точке 0, т.е. следующим образом [1]:

$$F\tau_{ож}(t) = \begin{cases} 1-\Pi e^{-\lambda t} & \text{при } t \ge 0 \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases} = e(t)\ (1-\Pi e^{-\lambda t}), \tag{2}$$

где П – вероятность того, что в данный момент все причалы терминала заняты;

λ – плотность входящего потока судов;

e(t) – единичная функция.

В этом случае функция плотности вероятности случайной величины τож имеет вид:

$$f\tau_{ож}(t) = F'_{\tau\ ож}(t) = [e(t)(1-\Pi e^{-\lambda t})]' = \Pi\lambda e^{-\lambda t} e(t) + (1+\Pi e^{-\lambda t})\delta(t), \tag{3}$$

где δ(t) – дельта-функция Дирака.

Предварительно найдем функцию плотности вероятности случайной величины Y, которая будет определяться сверткой распределений X и τож следующим образом:

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(y-t) * f\tau_{ож}(t)dt. \tag{4}$$

В результате интегрирования найдем

$$f_Y(y) = \begin{cases} (1-\Pi e^{-\lambda t})/T & \text{при } 0 \le y \le T \\ \Pi e^{-\lambda t}(e^{-\lambda t}-1)/T & \text{при } T \le y < \infty \\ 0 & \text{при } -\infty \le y < 0 \end{cases} \tag{5}$$

Если учитывать, что время занятия причала терминала судном τ распределено по нормальному закону, то для оценки математического ожидания M_τ в дальнейшем необходима информация о законе распределения случайной величины Z. Поэтому далее определим функцию плотности вероятности случайной величины Z. В общем случае функция плотности вероятности случайной величины Z можно принять равной

$$f_Z(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_Y(t+nT). \tag{6}$$

Действительно случайную величину Z можно представить как дробную часть Y, т.е. Z=Y – [Y] при T = 1 сут., где [Y] – целая часть числа. Тогда величину Z можно записать следующим образом Z=Y – [Y/T] T.

Поскольку случайная величина Z является дробной частью Y, а ее возможные значения всегда будут лежать в полуинтервале [0, T], то сама функция распределения случайной величины Z принимает вид

$$F_Z(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \le 0 \\ \sum_{n=0}^{\infty}[F_Y(nT+t) - F_Y(nT)] & \text{при } 0 < t < T \\ 1 & \text{при } T \le t \end{cases}$$

Если далее использовать признак Вейерштрасса, то можно утверждать, что ряд (6) сходится равномерно в диапазоне времени 0<t<T. Следовательно, этот ряд можно интегрировать по частям так:

$$\int_0^t \sum_{n=0}^{\infty} F_Y(S+nT)dS = \sum_{n=0}^{\infty}\int_0^t F_Y(S+nt)dS =$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}[F_Y(t+nT) - F_Y(nT)] = F_Z(t),$$

и найти

$$F_Z(t) = \int_0^t \sum_{n=0}^{\infty} F_Y(S+nT)dS. \tag{7}$$

Дифференцируя обе части равенства (7), найдем распределение $f_Z(t)$ в виде ряда (6).

Подставив в выражение (6) функцию плотности вероятности Y получим

$$f_Z(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \le 0; \\ 1/T & \text{при } 0 < t < T; \\ 0 & \text{при } T \le t. \end{cases}$$

Таким образом, окончательно получаем, что случайная величина Z распределена по равномерному закону.

Обозначив через V интервал времени между началом того целочисленного отрезка T, на котором судно было поставлено к причалу терминала и моментом C, найдем ее функцию распределения. Очевидно, что V = Z + τ. Поскольку величины Z и τ являются независимыми величинами, то

они будут распределены по равномерному и нормальному законам распределения соответственно. Тогда функцию плотности вероятности для их композиции можно записать так:

$$f_V(y) = \int_{T-\infty}^{\infty} f_\tau(\mathrm{y} - x) f_Z(x) dx = .$$
$$(1/T)\ (\int_0 [1/\sigma_\tau \sqrt{2\pi}]\ \exp - \{[x - (y - M_\tau]^2 / 2\sigma_\tau{}^2\} dx$$

После интегрирования получим:

$$f_V(y) = (1/2T)[\Phi\ (T - y + M_\tau)/\sigma_\tau \sqrt{2}) -, \qquad (8)$$
$$-\Phi((M_\tau - y)/\sigma_\tau \sqrt{2})$$

где Φ – функция Лапласа;

M_x,a_t – параметры нормального закона распределения величины τ.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Распределение (8) является симметричным с отрицательным эксцессом [2]. Его числовые характеристики можно найти, используя выражения:

$$M_V = 0{,}5\ T + M_\tau, \qquad (9)$$

$$\sigma_V = \sqrt{[(T^2/12) + \sigma_\tau{}^2]}. \qquad (10)$$

Заметим, что при $\sigma_\tau << T$ распределение (9) приближается к равномерному распределению на интервале (M_τ, $M_\tau + T$).

Если в результате наблюдений за стоянками судов у стенки причала терминала был получен ряд значений τ_i^*(i = 1, 2,...,N), причем каждое из них характеризуется некоторой частностью $<P_r>$, соответствующей $\tau_i^* = rT$. В этом случае частность $<P_r>$ можно рассматривать в качестве оценки вероятности P_τ попадания случайной величины V в интервал

$$[rT, (r+1)\ T].$$

Если подходить к наблюдаемому ряду частности $<P_r>$ как к обычной гистограмме (каждое значение τ_i^* соответствует разряду гистограммы), то оценка математического ожидания может быть найдена:

$$M_Y = \sum_r < P_\tau(r + 0{,}5) > T.$$

Тогда для M_τ в соответствии с выражением (9) имеем

$$< M_\tau > = < M_V > - 0{,}5\ T$$

или

$$< M_\tau > = \sum < P_\tau > rT$$

Прежде чем оценить степень достоверности определения математического ожидания, рассмотрим вопрос о нахождении стандартного отклонения σ. Для этого с помощью выражения

$$F_V(y) = \int_{-\infty}^{y} f_V(x) dx = (1/2T) \int_{-\infty}^{y} \{\Phi[(\mathrm{T} - x + M_\tau)/\sigma_\tau \sqrt{2}\} -$$
$$-\{\Phi(M_\tau - x)/\sigma_\tau \sqrt{2}\} dx$$

вычислим соответствующие значения функции в пределах некоторого рабочего интервала, например, ($M_V - 3\sigma$; $M_V + 3\sigma$) для ряда дискретных значений στ. Затем по значениям $<P_r>$, полученным из данных наблюдений над реализацией стоянки судна у причала, которые представляют собой по сути дела значения приращения функции распределения $<\Delta F_V(y)>$ для ряда смежных интервалов продолжительностью T, определим несколько точек эмпирической функции $<F_V(y)>$.

Установив с помощью метода наименьших квадратов, какой из кривых семейства функций $<F_V(y)>$ лучше всего соответствуют точки функции $<F_V(y)>$, тем самым находится значение στ, которое как точечную оценку его фактического значения, можно использовать в приближенном построении доверительного интервала для математического ожидания. Этот интервал определяется в предположении, что оценка математического ожидания M_V является случайной величиной, распределенной по нормальному закону.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Если оценивать различные варианты стоянок судна у причала грузового терминала транспортного узла целочисленными временными интервалами, то, используя формулы Эрланга обобщенные в Марковском процессе, можно решать задачи планирования погрузочно-разгрузочных операций на судах компании. Методика оценки времени обслуживания терминалом погрузочно-разгрузочной операции, при наблюдении ряда частности, отвечающему признакам обычной гистограммы, причем так, что каждому значению временного интервала соответствует определенной элемент гистограммы, позволяет найти оценку математического ожидания времени обслуживания терминалом одной погрузочно-разгрузочной операции. С помощью метода наименьших квадратов можно идентифицировать точечное значение дисперсии времени выполнения погрузочно-разгрузочной операции, которую далее можно использовать при составлении доверительного интервала существования математического ожидания этого времени.

ЛИТЕРАТУРА И ИСТОЧНИКИ

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. / А.А. Боровков. – М.: Наука, 1976. – 347 с.

1. Borovkov A.A. The theory of probability. / A.A. Borovkov. - M.: Nauka, 1976. - 347 p.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1987. – 499 с.

2. Gmurman V.E. Theory of probability and mathematical statistics. / V.E. Gmurman. - M.: Higher School, 1987 - 499 p.